

**Programm PYBALKEN für Texas Instruments TI-Nspire CX II-T.** Stand 2.5.2021. Prof. Dr.-Ing. Frank Rieg, Lehrstuhl für Konstruktionslehre und CAD, Fakultät für Ingenieurwissenschaften, Universität Bayreuth.

<https://www.konstruktionslehre.uni-bayreuth.de/de/index.html>. Dies ist ein kleines, schnelles, aber sehr leistungsfähiges Hilfsprogramm für die Vorlesungen und Übungen sowie das Hanser-Lehrbuch *Decker: Maschinenelemente*. Das Programm fußt auf einem TI59-Programm von 1980 in TI59-Maschinensprache, das von Prof. Dr.-Ing. O. Ewald und Dipl.-Ing. F. Merlino entworfen wurde. Es wurde von F. Rieg in C übersetzt, in 2020 zusätzlich in Python.

Das Programm nutzt das *Reduktions- bzw. Übertragungsverfahren* für ebene Balken. Die Balken können beliebig statisch überbestimmt gelagert sein, federnde Lager und Gerbergelenke haben. Für einfache Standard-Biegefälle, statisch bestimmt gelagert, empfehlen wir das Hilfsprogramm **XBIEGE** ([www.baymp.de](http://www.baymp.de)), für komplizierte räumliche Fachwerke und (große) Kontinuumsstrukturen das Freeware FEA-Programm **Z88Aurora**® unseres Lehrstuhls ([www.z88.de](http://www.z88.de)).

Linkes Trägerende:	Taste 1, Enter	S1, S2
Träger-Abschnitte, ggf. Streckenlasten:	Taste 3, Enter	Länge, EI, ggf. q und q'
Wellen- Abschnitte, ggf. Streckenlasten:	Taste 5, Enter	Länge, E, d, ggf. q und q'
Einzellasten:	Taste 4, Enter	S1, Last
Zwischenbedingung: Lager, Gelenke:	Taste 6, Enter	S1, W1, 0= nicht rechtes Ende
Zwischenbedingung: elastisches Lager:	Taste 2, Enter	c
Rechtes Trägerende:	Taste 6, Enter	S1, W1, 1= rechtes Ende, S2, W2
Berechnen:	Taste 7, Enter	für den 2.Durchlauf
Ende Programm:	Taste 8, Enter	
Memory löschen:	Taste 0, Enter	für ein neues Beispiel

S1, S2: Schlüsselzahlen, Last, W1, W2: Werte

Vorgehen: Immer zwei Durchläufe ausführen. Im ersten Durchlauf linkes Trägerende, alle Abschnitte, Einzellasten, Zwischenbedingungen und rechtes Trägerende eingeben. Zweiter Durchlauf: Wieder mit linkem Trägerende beginnen, wieder nacheinander alles des ersten Durchlaufs eingeben, aber nun auf Wunsch auch jeweils berechnen. Die Abschnitte können nun kürzer sein, wenn Zwischenwerte berechnet werden sollen.

Wenn dann ein anderer Träger berechnet werden soll: Das Programm verlassen und neu starten, damit alle Variablen wieder intern auf Null gesetzt werden.

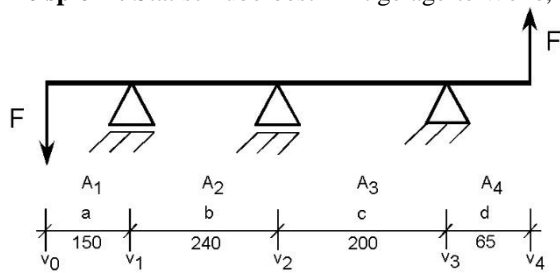
Für das Minuszeichen können Sie (-) oder – (das Rechen-Minus) eingeben, für Exponenten E oder die Taste EE. Die Ergebnisse können minimal von den hier gezeigten Werten abweichen.

	Vorzeichen	Schlüsselzahl S
Absenkung $w$		1
Näheungs- winkel $\psi$		2
Biegemoment $M$		3
Querkraft $Q$		4

linkes Trägerende 1, enter	S1=2 S2=4	S1=1 (frei) S2=2	S1=3 S2=4	
Trägerabschnitte 3, enter	q	q' = $\frac{q}{l}$	1.5q	belieber line- arer Verlauf: q, q' = $\frac{\Delta q}{l}$
Wellenabschnitte 5, enter	q' = 0		q' = $\frac{q}{2l}$	
Einzellasten, -momente, $\Delta\psi, \Delta w$ 4, enter	F S1=4 Z=F	M S1=3 Z=-M	$\Delta\psi$ S1=2 Z= $\Delta\psi$	$\Delta w$ S1=1 Z= $\Delta w$
Zwischenbed: Lager, Gelenke 6, enter	S1=1 W1=0 ( $\Delta w=0$ )	S1=3 W1=0 Gelenk ( $\Delta H=0$ )	elastisches Lager: 2, enter	c
rechtes Trägerende 6, enter	S1=1 W1=0/W S2=3 W2=0/M	S1=3 W1=0/M (frei) S2=4 W2=0/Q	S1=1 W1=0/W S2=2 W2=0/ψ	

18.7.2006 Rieg  
mod. 17.12.2019 Rieg

**Beispiel 1:** Statisch überbestimmt gelagerte Welle, E ist Enter-Taste.  $d_1$  bis  $d_4 = 80$  mm,  $F = 33218$  N,  $E = 210000$  N/mm<sup>2</sup>



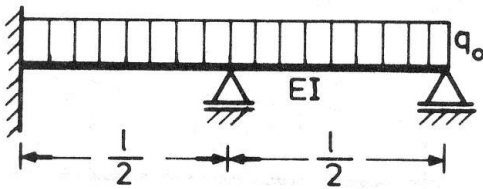
### 1. Durchlauf: Dateneingabe

1)	linkes Trägerende:	1 E	1 E	2 E (freies Ende, w und $\psi$ sind unbekannt)
2)	Einzellast:	4 E	4 E (Q)	-33218 E
3)	Wellenabschnitt:	5 E	150 E	210000 E 80 E 0 E
4)	Zwischenbed. Lager:	6 E	1 E (w)	0 E (w=0: gel. Lager) 0 E (nein, noch nicht rechtes Ende)
5)	Wellenabschnitt:	5 E	240 E	210000 E 80 E 0 E
6)	Zwischenbed. Lager:	6 E	1 E	0 E (gel. Lager) 0 E (nein)
7)	Wellenabschnitt:	5 E	200 E	210000 E 80 E 0 E
8)	Zwischenbed. Lager:	6 E	1 E	0 E (gel. Lager) 0 E (nein)
9)	Wellenabschnitt:	5 E	65 E	210000 E 80 E 0 E
10)	rechtes Trägerende:	6 E	3 E (M)	0 E (M=0) 1 E (=ja) 4 E (Q) 33218 E (Q=33218)

### 2. Durchlauf: Dateneingabe + Berechnung

11)	linkes Trägerende:	1 E	1 E	2 E (freies Ende)
12)	Einzellast:	4 E	4 E (Q)	-33218 E
13)	Berechne:	7 E	w = -0.2177809, psi = 0.001746896, M = 0, Q = 33218	
14)	Wellenabschnitt:	5 E	nun einmal die halbe Länge für Zwischenwerte eingeben: 75 E 210000 E 80 E 0 E	
15)	Berechne:	7 E	w = -0.09229539, psi = 0.001525629, M = 2491350, Q = 33218	
16)	Wellenabschnitt:	5 E	nun 75 weiter: 75 E 210000 E 80 E 0 E	
17)	Berechne:	7 E	w = ~0, psi = 8.61826E-4, M = 4982700, Q = 33218. Q stimmt, denn das Lager ist noch nicht eingegeben!	
18)	Zwischenbed. Lager:	6 E	1 E	0 E (gelenkiges Lager) 0 E
19)	Berechne:	7 E	w = 0, psi = 8.61826E-4, M = 4982700, Q = -24378.74 Damit wird die Lagerkraft am 1. Lager (=Sprung in der Q-Linie!): $Q_{17} + Q_{19} = 33218 + 24379 = 57597$	
20)	Wellenabschnitt:	5 E	240 E	210000 E 80 E 0 E
21)	Berechne:	7 E	w = ~0, psi = -3.075399E-4, M = -868198, Q = -24378.74	
22)	Zwischenbed. Lager:	6 E	1 E	0 E (gelenkiges Lager) 0 E
23)	Berechne:	7 E	w = 0, psi = -3.075397E-4, M = -868198, Q = -6454.859 Damit wird die Lagerkraft am 2. Lager (=Sprung in der Q-Linie!): $Q_{21} + Q_{23} = 24379 - 6455 = 17924$	
24)	Wellenabschnitt:	5 E	200 E	210000 E 80 E 0 E
25)	Berechne:	7 E	w = ~0, psi = 4.094569E-4, M = -2159176, Q = -6454.859 Oh, wir wollten aber nicht so weit, sondern auf halber Länge zwischen 2. und 3. Lager rechnen. Daher:	
26)	Wellenabschnitt:	5 E	-100 E	210000 E 80 E 0 E
27)	Berechne:	7 E	w = -0.01792496, psi = -2.548005E-5, M = -1513690, Q = -6454.859 und wieder nach rechts rücken:	
28)	Wellenabschnitt:	5 E	100 E	210000 E 80 E 0 E da müssen die gleichen Werte wie bei 25) herauskommen...
29)	Berechne:	7 E	w = 0, psi = 4.094569E-4, M = -2159180, Q = -6454.859	
30)	Zwischenbed. Lager:	6 E	1 E	0 E (gel. Lager) 0 E (nein)
31)	Berechne:	7 E	w = 0, psi = 4.094588E-4, M = -2159192, Q = 33217.97 Damit wird die Lagerkraft am 2. Lager (=Sprung in der Q-Linie!): $Q_{29} + Q_{31} = 6455 + 33218 = 39673$	
32)	Wellenabschnitt:	5 E	65 E	210000 E 80 E 0 E
33)	rechtes Trägerende:	6 E	3 E (M)	0 E (M=0) 1 E (ja) 4 E (Q) 33218 E (Q=33218) Achtung: Die Einzellast darf nicht getrennt über 4 E eingegeben werden, weil sonst hier w=0 gesetzt würde, und die Querkraft wäre dann 0, was falsch ist! Daher hier F eingeben. Ähnlich würde ein Moment von z.B. 30000 am rechten Trägerende eingegeben werden: 6 E 3 E 30000 E
34)	Berechne:	7 E	w = 0.03381652, psi = 5.756523E-4, M = 0, Q = 33218	

**Beispiel 2:** Durchlaufträger, 2fach statisch überbest., E ist Enter-Taste.  $q_0 = 10 \text{ N/mm}$ ,  $EI = 2.1 \times 10^{13} \text{ Nmm}^2$ ,  $l = 6000 \text{ mm}$



Gross/Schnell: Formel- und Aufgabensammlung zur Technischen Mechanik II (S.97)

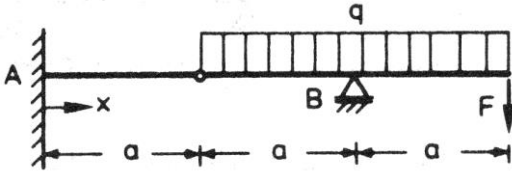
1.Durchlauf:

- |    |                     |     |   |   |
|----|---------------------|-----|---|---|
| 1) | linkes Trägerende:  | 1 E | 3 E   | 4 E ( <i>feste Einspannung</i> )                                |
| 2) | Trägerabschnitt:    | 3 E | 3000 E  | 2.1EE13 E 1 E ( <i>ja</i> ) 10 E ( <i>q</i> ) 0 E ( <i>q'</i> ) |
| 3) | Zwischenbed. Lager: | 6 E | 1 E   | 0 E ( <i>gelenk. Lager</i> ) 0 E ( <i>nein</i> )                |
| 4) | Trägerabschnitt:    | 3 E | 3000 E  | 2.1EE13 E 1 E ( <i>ja</i> ) 10 E 0 E                            |
| 5) | rechtes Trägerende: | 6 E | 1 E ( <i>w</i> ) 0 E ( <i>w=0:gel.Lager</i> ) | 1(= <i>ja</i> ) E 3 E ( <i>M</i> ) 0 E ( <i>M=0</i> )           |

2.Durchlauf:

- |     |                     |     |  |  |
|-----|---------------------|-----|--|--|
| 6)  | linkes Trägerende:  | 1 E | 3 E  | 4 E ( <i>feste Einspannung</i> )                   |
| 7)  | Berechne:           | 7 E | $w = 0$ , $\psi = 0$ , $M = -6428572$ , $Q = 13928.57$   |  |
| 8)  | Trägerabschnitt:    | 3 E | 3000 E   | 2.1EE13 E 1 E ( <i>ja</i> ) 10 E 0 E               |
| 9)  | Berechne:           | 7 E | $w \sim 0$ , $\psi = 7.653027E-5$ , $M = -9642852$ , $Q = -16071.43$   |  |
| 10) | Zwischenbed. Lager: | 6 E | 1 E  | 0 E ( <i>gelenkiges Lager</i> ) 0 E                |
| 11) | Berechne:           | 7 E | $w = 0$ , $\psi = 7.65305E-5$ , $M = -9642854$ , $Q = 18214.28$<br>Damit wird die Lagerkraft am 2.Lager (=Sprung in der <i>Q</i> -Linie!): $Q_9 + Q_{11}$<br>$= 16071 + 18214 = 34285$ |  |
| 12) | Trägerabschnitt:    | 3 E | 3000 E   | 2.1EE13 E 1 E ( <i>ja</i> ) 10 E 0 E               |
| 13) | Berechne:           | 7 E | $w \sim 0$ , $\psi = -3.06122E-4$ , $M = 0$ , $Q = -11785.72$  |  |
| 14) | rechtes Trägerende: | 6 E | 1 E  | 0 E ( <i>gel.Lager</i> ) 1(= <i>ja</i> ) E 3 E 0 E |
| 15) | Berechne:           | 7 E | $w = 0$ , $\psi = -3.061218E-4$ , $M = 0$ , $Q = -11785.72$  |  |

**Beispiel 3:** Gerberträger, E Enter-Taste.  $q_0 = 10 \text{ N/mm}$ ,  $EI = 2.1 \times 10^{13} \text{ Nmm}^2$ ,  $a = 3000 \text{ mm}$



Gross/Schnell: Formel- und Aufgabensammlung zur Technischen Mechanik I (S.117)

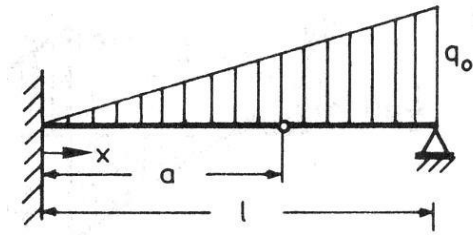
1.Durchlauf:

- |    |                      |     |        |   |
|----|----------------------|-----|--------|---|
| 1) | linkes Trägerende:   | 1 E | 3 E    | 4 E ( <i>feste Einspannung</i> )                        |
| 2) | Trägerabschnitt:     | 3 E | 3000 E | 2.1EE13 E 0 E ( <i>nein</i> )                           |
| 3) | Zwischenbed. Gelenk: | 6 E | 3 E    | 0 E ( <i>Gelenk</i> ) 0 E ( <i>nein</i> )               |
| 4) | Trägerabschnitt:     | 3 E | 3000 E | 2.1EE13 E 1 E ( <i>ja</i> ) 10 E 0 E                    |
| 5) | Zwischenbed. Lager:  | 6 E | 1 E    | 0 E ( <i>gelenk. Lager</i> ) 0 E ( <i>nein</i> )        |
| 6) | Trägerabschnitt:     | 3 E | 3000 E | 2.1EE13 E 1 E ( <i>ja</i> ) 10 E 0 E                    |
| 7) | rechtes Trägerende:  | 6 E | 3 E    | 0 E ( <i>freies Ende</i> ) 1(= <i>ja</i> ) E 4 E 5000 E |

2.Durchlauf:

- |     |                      |     |  |   |
|-----|----------------------|-----|--|---|
| 8)  | linkes Trägerende:   | 1 E | 3 E  | 4 E ( <i>feste Einspannung</i> )                        |
| 9)  | Berechne:            | 7 E | $w = 0$ , $\psi = 0$ , $M = 15000000$ , $Q = -5000$  |   |
| 10) | Trägerabschnitt:     | 3 E | 3000 E   | 2.1EE13 E 0 E ( <i>nein</i> )                           |
| 11) | Berechne:            | 7 E | $w = -2.142857$ , $\psi = -0.001071428$ , $M = 0$ , $Q = -5000$  |   |
| 12) | Zwischenbed. Gelenk: | 6 E | 3 E  | 0 E ( <i>Gelenk</i> ) 0 E ( <i>nein</i> )               |
| 13) | Berechne:            | 7 E | $w = -2.142857$ , $\psi = -1.785713E-4$ , $M = 0$ , $Q = -5000$  |   |
| 14) | Trägerabschnitt:     | 3 E | 3000 E   | 2.1EE13 E 1 E ( <i>ja</i> ) 10 E 0 E                    |
| 15) | Berechne:            | 7 E | $w \sim 0$ , $\psi = 0.003035714$ , $M = -60000000$ , $Q = -35000$   |   |
| 16) | Zwischenbed. Lager:  | 6 E | 1 E  | 0 E ( <i>gel. Lager</i> ) 0 E ( <i>nein</i> )           |
| 17) | Berechne:            | 7 E | $w = 0$ , $\psi = 0.003035714$ , $M = -60000000$ , $Q = 35000$<br>Lagerkraft am 2.Lager: $Q_{15} + Q_{17} = 35000 + 35000 = 70000$ |   |
| 18) | Trägerabschnitt:     | 3 E | 3000 E   | 2.1EE13 E 1 E ( <i>ja</i> ) 10 E 0 E                    |
| 19) | rechtes Trägerende:  | 6 E | 3 E  | 0 E ( <i>freies Ende</i> ) 1(= <i>ja</i> ) E 4 E 5000 E |
| 20) | Berechne:            | 7 E | $w = 16.07143$ , $\psi = 0.00625$ , $M = 0$ , $Q = 5000$ .   |   |

**Beispiel 4:** Gerberträger, E-Enter-Taste.  $q_0 = 50 \text{ N/mm}$ ,  $EI = 2.1 \times 10^{13} \text{ Nmm}^2$ ,  $a = 6000 \text{ mm}$ ,  $l = 10000 \text{ mm}$



Gross/Schnell: Formel- und Aufgabensammlung zur Technischen Mechanik I (S.116)

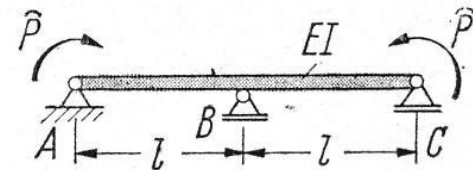
1. Durchlauf:

- |                         |     |        |   |
|-------------------------|-----|--------|---|
| 1) linkes Trägerende:   | 1 E | 3 E    | 4 E (feste Einspannung)                         |
| 2) Trägerabschnitt:     | 3 E | 6000 E | 2.1EE13 E 1 E (ja) 0 E ( $q=0$ ) 0.005 ( $q'$ ) |
| 3) Zwischenbed. Gelenk: | 6 E | 3 E    | 0 E (Gelenk) 0 E (nein)                         |
| 4) Trägerabschnitt:     | 3 E | 4000 E | 2.1EE13 E 1 E (ja) 30 E 0.005 E                 |
| 5) rechtes Trägerende:  | 6 E | 1 E    | 0 E (gel.Lager) 1 E (ja) 3 E 0 E                |

2. Durchlauf:

- |                         |     |  |   |
|-------------------------|-----|--|---|
| 6) linkes Trägerende:   | 1 E | 3 E  | 4 E (feste Einspannung)                         |
| 7) Berechne:            | 7 E | $w=0$ , $\psi=0$ , $M=-799999900$ , $Q=163333.3$         |   |
| 8) Trägerabschnitt:     | 3 E | 6000 E   | 2.1EE13 E 1 E (ja) 0 E ( $q=0$ ) 0.005 ( $q'$ ) |
| 9) Zwischenbed. Gelenk: | 6 E | 3 E  | 0 E (Gelenk) 0 E (nein)                         |
| 10) Trägerabschnitt:    | 3 E | 4000 E   | 2.1EE13 E 1 E (ja) 30 E 0.005 E                 |
| 11) rechtes Trägerende: | 6 E | 1 E  | 0 E (gel.Lager) 1 E (ja) 3 E 0 E                |
| 12) Berechne:           | 7 E | $w \sim 0$ , $\psi = -0.1104498$ , $M=0$ , $Q=-86666.67$ |   |

**Beispiel 5:** Träger, E-Enter-Taste. Moment  $\hat{P} = 100000 \text{ Nmm}$ ,  $E = 206000 \text{ N/mm}^2$ ,  $l = 500 \text{ mm}$ ,  $d = 20 \text{ mm}$



Marguerre: Technische Mechanik Zweiter Teil (S.77)

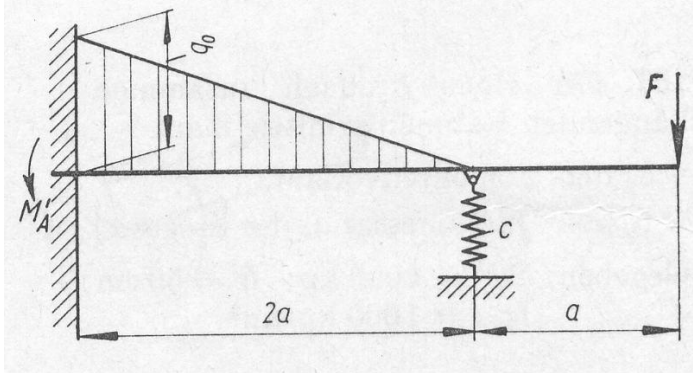
1. Durchlauf:

- |                        |     |       |                                       |
|------------------------|-----|-------|---------------------------------------|
| 1) linkes Trägerende:  | 1 E | 2 E   | 4 E (gel.Lager)                       |
| 2) Einzelmoment:       | 4 E | 3 E   | -100000 E                             |
| 3) Wellenabschnitt:    | 5 E | 500 E | 206000 E 20 E 0 E (nein)              |
| 4) Zwischenbed. Lager: | 6 E | 1 E   | 0 E (gel.Lager) 0 E (nein)            |
| 5) Wellenabschnitt:    | 5 E | 500 E | 206000 E 20 E 0 E (nein)              |
| 6) rechtes Trägerende: | 6 E | 1 E   | 0 E (gel.Lager) 1 E (ja) 3 E 100000 E |

2. Durchlauf:

- |                         |     |  |                                       |
|-------------------------|-----|--|---------------------------------------|
| 7) linkes Trägerende:   | 1 E | 2 E  | 4 E (gel.Lager)                       |
| 8) Einzelmoment:        | 4 E | 3 E  | -100000 E                             |
| 9) Berechne:            | 7 E | $w=0$ , $\psi = 0.007725985$ , $M=100000$ , $Q=-300$   |                                       |
| 10) Wellenabschnitt:    | 5 E | 500 E  | 206000 E 20 E 0 E (nein)              |
| 11) Berechne:           | 7 E | $w \sim 0$ , $\psi = -1.862645E-9$ (also $\sim 0$ ), $M=-50000$ , $Q=-300$                         |                                       |
| 12) Zwischenbed. Lager: | 6 E | 1 E  | 0 E (gel.Lager) 0 E (nein)            |
| 13) Berechne:           | 7 E | $w \sim 0$ , $\psi \sim 0$ , $M=-50000$ , $Q=300$<br>Damit wir die Lagerkraft bei B: $300+300=600$ |                                       |
| 14) Wellenabschnitt:    | 5 E | 500 E  | 206000 E 20 E 0 E (nein)              |
| 15) rechtes Trägerende: | 6 E | 1 E  | 0 E (gel.Lager) 1 E (ja) 3 E 100000 E |
| 16) Berechne:           | 7 E | $w \sim 0$ , $\psi = -0.007725973$ , $M=100000$ , $Q=300$  |                                       |

**Beispiel 6:** Träger, E Enter-Taste.  $F= 16667 \text{ N}$ ,  $EI= 2.1 \times 10^{13} \text{ Nmm}^2$ ,  $a= 500 \text{ mm}$ ,  $q_0= 50 \text{ Nmm}$ ,  $c=171818 \text{ N/mm}$



Göldner: Übungsaufgaben aus der Technischen Mechanik (S.52)

1. Durchlauf:

- |    |                          |     |          |                                    |
|----|--------------------------|-----|----------|------------------------------------|
| 1) | linkes Trägerende:       | 1 E | 3 E      | 4 E (Einspannung)                  |
| 2) | Trägerabschnitt:         | 3 E | 1000 E   | 2.1EE13 E 1 E (ja) 50 E -0.05 E    |
| 3) | Zwischenbed. ela. Lager: | 2 E | 171818 E |                                    |
| 4) | Trägerabschnitt:         | 3 E | 500 E    | 2.1EE13 E 0 E (nein)               |
| 5) | rechtes Trägerende:      | 6 E | 3 E      | 0 E ( $M=0$ ) 1 E (ja) 4 E 16667 E |

2. Durchlauf:

- |     |                          |     |   |                                    |
|-----|--------------------------|-----|---|------------------------------------|
| 6)  | linkes Trägerende:       | 1 E | 3 E   | 4 E (Einspannung)                  |
| 7)  | Berechne:                | 7 E | $w= 0$ , $\psi= 0$ , $M= -8333415$ , $Q= 16666.58$  |                                    |
| 8)  | Trägerabschnitt:         | 3 E | 1000 E  | 2.1EE13 E 1 E (ja) 50 E -0.05 E    |
| 9)  | Berechne:                | 7 E | $w= 0.1455052$ , $\psi= 2.976249E-4$ , $M= -8333501$ , $Q= -8333.418$   |                                    |
| 10) | Zwischenbed. ela. Lager: | 2 E | 171818 E  |                                    |
| 11) | Berechne:                | 7 E | $w= 0.1455052$ , $\psi= 2.976249E-4$ , $M= -8333501$ , $Q= 16667$<br>Damit wird die Federkraft: $Q_9 + Q_{11}$ $8333+16667=25000$ |                                    |
| 12) | Trägerabschnitt:         | 3 E | 500 E   | 2.1EE13 E 0 E (nein)               |
| 13) | rechtes Trägerende:      | 6 E | 3 E   | 0 E ( $M=0$ ) 1 E (ja) 4 E 16667 E |
| 14) | Berechne:                | 7 E | $w= 0.3273872$ , $\psi= 3.968332E-4$ , $M= 0$ , $Q= 16667$  |                                    |

Beachten Sie bei allen Beispielen: Die Rechenergebnisse von PYBALKEN für TI-Nspire CX II-T weichen ggf. geringfügig von denen aus XBALKEN für TI-89 und ZBALKEN für Windows, LINUX und MacOS ab. Diese Unterschiede sind in der Praxis bedeutungslos.